

Un problème salé !

4 LYCÉE

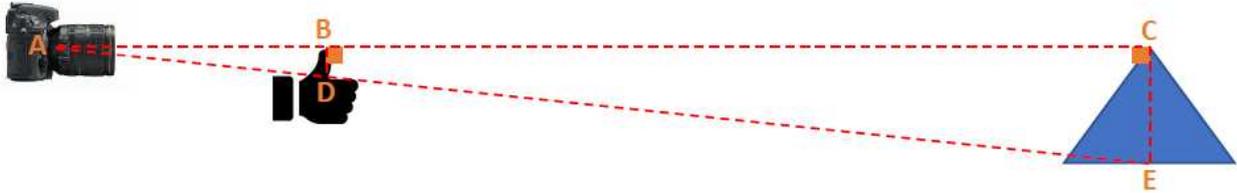
<p>Enjeux notionnels/Objectifs disciplinaires</p>	<p>Pour résoudre ce problème, les élèves auront besoin d'utiliser le théorème de Thalès (en effectuant quelques hypothèses pour modéliser le problème), de la proportionnalité, du calcul du volume d'un cône et l'utilisation d'une masse volumique (avec les conversions de volume et de masse qui vont avec). Rechercher et modéliser sont les deux principales compétences travaillées.</p>
<p>Principe/but de l'activité</p>	<p><i>Il s'agit ici d'évaluer une masse de sel contenue dans un tas de sel conique (puis dans une série de cônes) d'un cristalliseur des marais salants de Tainan (Taïwan). La photo permettant cette évaluation montre le tas de sel ainsi que le pouce du photographe : les deux ont la même hauteur apparente. Les deux seules indications sont que cette photo a été prise à 7 m du tas et la masse volumique « apparente » du sel (à retrouver dans un document).</i></p>
<p>Scénario(s) : modalités d'organisation</p>	<p>Le professeur peut commencer par montrer (vidéoprojeter) la photo des marais salants en posant aux élèves les questions suivantes : « À votre avis, quelle question je pourrais vous poser à partir de cette photo ? À votre avis, quelle est la masse de sel contenue dans ce tas de sel ? Selon vous, quelle serait une valeur trop petite ? Selon vous, quelle serait une valeur trop grande ? De quel élément auriez-vous besoin pour être plus précis ? ».</p> <p>Les élèves prennent ensuite connaissance de la consigne et commencent le travail de recherche en groupes de 2 ou 3 élèves. Cette activité se prête bien à la rédaction d'une narration de recherche. Les résultats trouvés seront certainement très différents d'un groupe à l'autre (les hypothèses de départ sur la hauteur d'un pouce et la longueur d'un avant-bras peuvent provoquer de grandes variations sur le résultat final) : il serait intéressant de les faire passer à l'oral devant leurs camarades pour exposer leur méthode et leurs résultats.</p>
<p>Matériel pour la séance</p>	<p>Avec le document élève avec les photos et la consigne, une règle graduée et une calculatrice suffisent.</p>
<p>Points de vigilance</p>	<p>L'étape initiale modélisation (théorème de Thalès) peut être problématique (voir proposition page suivante) : il serait dommage de laisser des groupes bloqués à cette étape. Après 10 ou 15 minutes de recherche, un coup de pouce aux groupes en difficulté pourrait leur permettre de « profiter » des étapes suivantes la recherche.</p>
<p>Adaptations possibles</p>	<p>Avec les mêmes données, il est possible de demander d'évaluer la surface des cristalliseurs.</p>
<p>Auteur</p>	<p>Jean-Yves Labouche, professeur de mathématiques et SNT au lycée Français de Taipei</p>



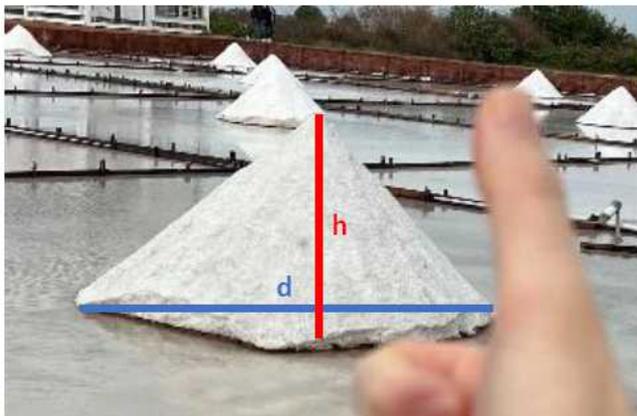
Proposition de correction

Une possibilité de modélisation avec :

- $AC = 7 \text{ m}$ (mesure donnée)
- $AB = 30 \text{ cm}$ (longueur d'un avant-bras)
- $BD = 7 \text{ cm}$ (hauteur d'un pouce)
- Le tas de sel est un cône dont il faut déterminer la hauteur et le diamètre.



Avec cette modélisation, la hauteur du tas de sable, trouvée avec le théorème de Thalès, est d'environ **1,6 m**.



Pour déterminer le diamètre du cône, on peut utiliser la proportionnalité entre la taille réelle et celle sur la photo. Sur la photo, en effectuant des mesures, on peut vérifier que le diamètre mesure environ 1,8 fois la hauteur.

Ce qui donne un diamètre d'environ **2,9 m**.

Ce qui nous donne un volume du cône d'environ **$3,5 \text{ m}^3$** .

La masse volumique apparente du sel, donnée dans le document fourni, est $123,4 \text{ kg}$ pour 100 l de sel. Une nouvelle fois, la proportionnalité nous donne une masse approximative de $4\,300 \text{ kg}$ soit **4,3 tonnes** de sel.

Sur la photo d'ensemble du marais salant, on peut estimer (une partie à gauche est cachée) le nombre de cristalliseurs à environ **90**.

Ce qui donne une production totale d'un peu moins de **400 tonnes** de sel.

Beaucoup d'approximations et hypothèses sont à faire pour pouvoir résoudre ce problème, ce qui laisse une grande place à la prise d'initiative des élèves et ce qui en fait, en partie, son intérêt.



Start



La photo ci-contre montre une vue d'ensemble d'un marais salant de la région de Tainan dans le Sud Ouest de Taïwan juste avant la « récolte ».

La photo ci-dessous a été prise à une distance de 7 m du cône de sel récolté (appareil photo au niveau du coude).



Le chlorure de sodium, NaCl, appelé "halite" par les géologues a une structure cristalline dite cubique. Sa masse volumique est de 2.16 grammes par centimètre cube.

On pourrait extrapoler naïvement que si 1 centimètre cube (c'est-à-dire un volume de 1 millilitre) de sel pèse 2.16 grammes, alors 100'000 centimètres cube (c'est-à-dire un volume de 100 litres) pèsent 216 kilogrammes, mais ce n'est pas le cas!

En effet, le sel de cuisine fin est conditionné sous forme de petits grains; à l'échelle microscopique, la masse volumique de chaque grain est bien de 2.16 g/cm^3 , mais lorsqu'on remplit un baril de 100 litres, un important volume d'air se retrouve piégé entre tous les grains.

Pour bien visualiser ceci, on peut considérer que chaque grain de sel est une balle de ping-pong; l'empilement de nombreuses balles de ping-pong permet de démontrer que le volume total occupé par toutes les balles (y compris les espaces entre chaque balle) est plus élevé que la somme du volume de chaque balle.

Dans ce cas, un baril de 100 litres rempli de grains de sel de cuisine ne contiendra pas 216 kilogrammes de sel, mais seulement 123.4 kilogrammes de sel!

Extrait d'un article du site <https://www.rts.ch/decouverte/>

Le chlorure de sodium, NaCl, appelé "halite" par les géologues a une structure cristalline dite cubique. Sa masse volumique est de 2.16 grammes par centimètre cube.

On pourrait extrapoler naïvement que si 1 centimètre cube (c'est-à-dire un volume de 1 millilitre) de sel pèse 2.16 grammes, alors 100'000 centimètres cube (c'est-à-dire un volume de 100 litres) pèsent 216 kilogrammes, mais ce n'est pas le cas!

En effet, le sel de cuisine fin est conditionné sous forme de petits grains; à l'échelle microscopique, la masse volumique de chaque grain est bien de 2.16 g/cm^3 , mais lorsqu'on remplit un baril de 100 litres, un important volume d'air se retrouve piégé entre tous les grains.

Pour bien visualiser ceci, on peut considérer que chaque grain de sel est une balle de ping-pong; l'empilement de nombreuses balles de ping-pong permet de démontrer que le volume total occupé par toutes les balles (y compris les espaces entre chaque balle) est plus élevé que la somme du volume de chaque balle.

Dans ce cas, un baril de 100 litres rempli de grains de sel de cuisine ne contiendra pas 216 kilogrammes de sel, mais seulement 123.4 kilogrammes de sel!

Extrait d'un article du site <https://www.rts.ch/decouverte/>



Start

